

ICP アルゴリズム

増 田 健^{†1}

ICP アルゴリズムは三次元形状間の位置あわせ手法として広く用いられている。本稿では ICP アルゴリズムの原理、特性、およびさまざまな変種について紹介する。

ICP Algorithm

TAKESHI MASUDA^{†1}

The ICP algorithm has been widely used for registration between two 3-D shapes. In this article, the definition, properties and variations of the ICP algorithm are presented.

1. はじめに

コンピュータに接続できるカメラやプロジェクタなどの映像機器の進歩に伴い、物体の三次元形状の計測は高速に容易に行えるようになってきた。しかし、一般に対象物体の三次元形状を一度に計測することは難しい。対象物体全体の三次元形状が必要な場合、対象物体またはセンサーを回転台やロボットに搭載したりして移動し、異なった視点から計測し、計測された形状データを統合する必要がある。また、過去に計測した形状データや CAD データなど、異なるソースから得られたデータと、新たに計測したデータとを比較したり統合したりしたい場合がある。三次元形状

データを記述している座標系は、それぞれのデータ毎に異なっており、これらの処理を行うためには座標系間の位置関係を知る必要がある。計測したデータから位置関係を推定する処理は、一般に位置あわせ (registration / alignment / pose estimation / motion estimation) と呼ばれている。

位置あわせしようとする三次元形状データが物体の全体形状同士である場合には、モーメントやフーリエ変換といった大局的特徴量を利用した位置あわせ手法がある。このような大局的特徴量はデータの欠損に影響を受けやすく、より実用性が高い部分的な形状の位置あわせには用いることができない。また、形状上の点の対応関係が既知ならば、数学的に線型解法が存在する。ICP アルゴリズムは、部分的な三次元形状データをより大きなモデル形状に、対応関係が未知な状況で位置あわせするための手法である。

三次元形状データの位置あわせ処理は大きく二つに分類することができる。大まかな位置関係が未知ならば、粗い位置あわせ (coarse registration) 処理が必要になる。一方、大まかな位置あわせが既知であるなら、その状態を初期値として、細かい位置あわせ (fine registration) 処理を適用することができる。粗い位置あわせ処理では、局所形状間の対応付けが主要な手続きになることが一般的であり、三次元物体形状認識と共通する問題となる。一方、細かい位置あわせでは、位置あわせ状態を評価する非線形誤差関数の最小化問題に帰着されることが一般的で、誤差関数の設計と最適化法が主要な課題となる。位置あわせ手法全般については Sabata ら³⁰⁾、Salvi ら³¹⁾ のサーベイがある。

ICP アルゴリズム⁴⁾ は 1992 年に Besl と McKay によって提案された二つの三次元形状データ間の位置あわせ手法である。入力としてモデル形状とデータ形状を仮定し、データ形状をモデル形状に位置あわせする。点の対応関係は未知であるが、位置あわせの初期値は与える必要があり、初期値から非線形な誤差関数の最適化を行う細かい位置あわせに属する手法である。ほぼ同時期に類似した三次元形状データの位置あわせ手法が複数提案され、その後、欠点を克服すべく多くの派生手法が提案された。本稿

^{†1} 独立行政法人産業技術総合研究所
National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

では、ICP アルゴリズムについて、その性質について解説するとともに、派生手法や関連手法について概観する。

2. ICP アルゴリズム

本節では、まず名称の由来となり、最もよく知られている Besl と McKay によって提案された手法⁴⁾ について説明する。また、ほぼ同時期に提案された類似手法として、Chen と Medioni による手法⁷⁾ についても説明する。ここでは紹介しないが、Zhang³⁹⁾、Menq ら²²⁾ もほぼ同時期に類似手法を提案している。

2.1 Besl と McKay の ICP アルゴリズム

ICP アルゴリズムでは、データ形状 P をモデル形状 X に位置あわせすることを定式化している.. データ形状 P は、もとの形状記述が何であれ、点集合による記述に変換して用い、 N_p 点の要素を含むとする。モデル形状 X は、任意の点から最も近い点が求まるならば、どのように記述されていても良く、その要素の数を N_x とする。位置あわせで求める幾何変換は、三次元ユークリッド空間の剛体運動変換であり、回転を表す四元数 $\vec{qR} = [q_0 q_1 q_2 q_3]^t$ (ただし $q_0 \geq 0$ かつ $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$) と並進ベクトル $\vec{qT} = [q_4 q_5 q_6]^t$ を並べた $\vec{q} = [\vec{qR} \mid \vec{qT}]^t$ を位置あわせの状態変数とする。ICP アルゴリズムは、データ形状 P をモデル形状 X に位置あわせする幾何変換 \vec{q} を推定するアルゴリズムである。

2.1.1 ICP アルゴリズムの構成

ICP アルゴリズムを構成する計算手続きの要素は、最近傍点の計算、位置あわせの計算、位置あわせ結果によるデータ形状の変換の 3 つである。

データ形状 P に属するデータ点 \vec{p} からモデル形状 X への距離 d を次のように定義する。

$$d(\vec{p}, X) = \min_{\vec{x} \in X} \|\vec{x} - \vec{p}\|$$

データ点 \vec{p} から最も近いモデル形状 X の点を \vec{y} とする。各データ形状から最も近いモデル形状の点の集合を Y とする。最近傍点を求める演算

子を \mathcal{C} とすると、

$$Y = \mathcal{C}(P, X)$$

と表せる。この処理の計算量は $O(N_p \log N_x)$ (k -d tree を使用した場合) から $O(N_p N_x)$ (全探索した場合) である。

求められた対応関係の最小二乗誤差を最小にするような位置あわせは数学的に解くことができる。

$$(\vec{q}, d) = \mathcal{Q}(P, Y)$$

Besl らは、Horn による四元数を用いた手法¹⁵⁾ を採用している。

求められた位置あわせをデータ形状に適用する手続きは次のように記述する。

$$P = \vec{q}(P)$$

これら三つの要素を組み合わせて ICP アルゴリズムは全体として次のように構成される。

入力: データ形状 P , モデル形状 X , 初期位置あわせ \vec{q}_0 , 収束判定閾値 τ

初期化: $P_0 = \vec{q}_0(P)$, $k = 0$

Step1: 最近傍点の計算: $Y_k = \mathcal{C}(P_k, X)$

Step2: 位置あわせ: $(\vec{q}_k, d_k) = \mathcal{Q}(P_0, Y_k)$

Step3: 位置あわせの適用: $P_{k+1} = \vec{q}_k(P_0)$

Step4: 収束判定: $d_k - d_{k+1} < \tau$ なら終了, そうでなければ Step1 に戻る。

2.1.2 ICP アルゴリズムの収束性

ICP アルゴリズムは必ず極小解に収束する。この証明は次のように与えられる。

変換したデータ形状 $P_k = \{\vec{p}_{ik}\} = \vec{q}^k(P_0)$ と、その各要素からモデル形状 X への最近傍点の集合 $Y_k = \{\vec{y}_{ik}\}$ との間の二乗誤差は次のように求められる。

$$e_k = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{ik}\|^2$$

位置あわせ演算子 \mathcal{Q} によって求められた新たな位置あわせ \vec{q}_k を適用した

データ形状 $P_{k+1} = \vec{q}_k(P_0)$ の二乗誤差は次のように表される.

$$d_k = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{i,k+1}\|^2$$

位置あわせ演算子 Q は P_0 を Y_k に二乗誤差を最小にするように推定しているため, $d_k \leq e_k$ が成り立つ.

次に P_{k+1} からの最近傍点 $Y_{k+1} = \mathcal{C}(P_{k+1}, X)$ を求めると, $\vec{y}_{i,k+1}$ は $\vec{p}_{i,k+1}$ から最近傍点なので,

$$\|\vec{y}_{i,k+1} - \vec{p}_{i,k+1}\| \leq \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{i,k+1}\|$$

が成り立つ. 従って次の不等式が成り立つ.

$$0 \leq d_{k+1} \leq e_{k+1} \leq d_k \leq e_k$$

二乗誤差は必ず正であるから, この繰り返し演算は単調に必ず極小解に収束する. ただし, その極小が大域極小であることは保障されていない.

実験では, 繰り返しの初期の収束は速く, 繰り返しが 30-50 回になると収束が遅くなるが, d_k が対象物サイズの 0.1% 程度になる程度の誤差で位置あわせできたとしている.

Besl と McKay は, 位置あわせパラメータ \vec{q} について, 局所的な一次と二次関数当てはめを用いた, いわゆる Newton 法による収束の加速も適用すると 15-20 回で収束するように加速できたとしている.

2.1.3 ICP アルゴリズムの特性

ICP アルゴリズムの利点としては下記が主張されている.

- 形状記述について汎用性が高い. 最近傍点に対応付けを行うため, 法線などの特徴量を求める必要が無い.
- 極小に単調に収束することが保証されている.

一方, 問題点として下記が挙げられている.

- 初期値依存性. 初期値 \vec{q}_0 をどのように設定したらよいか. 複雑な形状には多くの初期値を設定するとよい.
- 形状依存性. 位置あわせが難しい形状がある. 例えば, ウニや惑星のように, 形状全体の大きさと比較して表面の凹凸が極端に大きかったり小さかったりする形状.

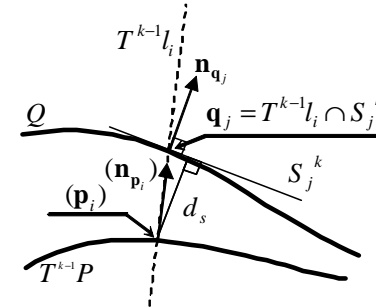


図 1 Chen と Medioni の手法における誤差の定義.

- データ形状がモデル形状の一部で無い場合は正しく位置あわせできない. モデル形状に重なっていないデータ点に大きな残差が残る.

2.1.4 実験

モデル形状として, 生成した点群・三次元曲線・Bezier 曲面, 実測データとして距離画像から生成した三角パッチ・Bezier 曲面・地形データ等, 様々な形状について実験している. データ形状の点群の座標値に誤差を加えた場合についても実験を行っている.

2.2 Chen と Medioni の手法

Besl と McKay の論文と同じ 1992 年に, Chen と Medioni も ICP アルゴリズムとよく似た距離画像の位置あわせ手法を提案した⁷⁾. 二つの入力三次元形状を P と Q としたとき, 最小化したい誤差関数は次のように表される.

$$D(P, Q) = \sum \|T\mathbf{p} - f(\mathbf{p})\|$$

ここで, T は幾何変換, f は対応関係を表す関数とする.

$$f: P \rightarrow Q \mid \forall \mathbf{p} \in P, f(\mathbf{p}) \in Q$$

この非線形な誤差関数を, 与えられた変換の初期値 T^0 から始めて, 繰り返し演算で T と f について交互に最小化するのは Besl らの ICP アルゴリズムと同じである. 異なっているのは, 対応関係 f である. 彼らは Besl らの ICP アルゴリズムと同様な最近傍点, または, P に属する点 \mathbf{p}_i に

における P の法線方向と Q の交点に対応付けを行うのではなく、その交点における Q の接平面上への距離を最小化するように位置あわせを行っている。 k 番目の繰り返しでは、以下の二乗誤差が最小になるように新たな変換 T^k を求める。

$$e^k = \sum_{i=1}^N d_s^2(T^k \mathbf{p}_i, S_j^k)$$

$$\text{with } S_j^k = \{\mathbf{s} \mid \mathbf{n}_{\mathbf{q}_j}^k \cdot (\mathbf{q}_j^k - \mathbf{s}) = 0\}, \mathbf{q}_j^k = (T^{k-1} \ell_i) \cap Q$$

ここで、 ℓ_i は \mathbf{p}_i における P の法線、 \mathbf{q}_j^k はその法線と Q との交点、 S_j^k は Q の \mathbf{q}_j^k における接平面である。

この手法の実装においては、入力形状が距離画像であること（正射影の場合 $\mathbf{p} = (x, y, P(x, y))^T$ ）が仮定されている。法線方向は距離画像の画像座標 (u, v) による数値微分で求める。距離画像 P の点 \mathbf{p} の法線方向と距離画像 Q との交点は、 z 方向への Q 上の正射影点と、接平面と \mathbf{p} の法線方向との交点を求める操作を交互にを繰り返し行い、いわゆる Newton 法によって求める。制御点としては、距離画像 P の格子を粗くサンプリングした点のうち、比較的平坦な箇所にあるものを選択して使用している。

2.3 広義の ICP アルゴリズム

ICP アルゴリズムとして参照される場合には、狭義と広義の場合がある。狭義の ICP アルゴリズムは Besl と McKay によって提案された手法そのものである。一方、ほぼ同時期に提案された類似手法^{7),22),39)}を考慮すると、広義の ICP アルゴリズムは次のような要素を持つ手法と捉えることができる。

- 二つの三次元形状データ間の位置あわせ手法である。
- 位置あわせの初期値を必要とする。
- 対応点探索と対応点からの変換係数推定の二つの処理が組み合わされている。
- 二つの処理を交互に繰り返すことにより最適解に到達する。

Besl と McKay の論文⁴⁾ は他の手法に対して次の点で優位性があり、以

後のさまざまな手法の基礎になったと考えられる。

- Iterative Closest Point (ICP) アルゴリズムというわかりやすい名称をつけたこと。
- 形状データの形式を限定せずに一般的に定式化されていること。
- 法線などの余分な特徴量を必要としないこと。
- 単調に収束することを証明したこと。

3. ICP アルゴリズムの関連問題

Besl と McKay により提案された ICP アルゴリズムには、彼ら自身が指摘しているようにいくつかの問題点がある。これらの問題点を解決するために、ICP アルゴリズムの派生手法が多数提案された。本節では、ICP アルゴリズムに加えられた様々な工夫について関連技術とともに論ずる。ICP アルゴリズムの派生手法については Rusinkiewicz と Levoy のサーベイがある²⁹⁾。

3.1 初期値

ICP アルゴリズムは初期値を必要とするいわゆる細かい位置あわせ手法である。必ず収束することが保障されているものの、どの極小に到達するかは初期値に依存する。できるだけ正解に近い初期値が与えられたほうが収束しやすいのは明らかであるが、正解に収束する初期値の範囲は形状に依存するため一般的に定義することはできず、Besl らは、多数の初期値を用意すればよいとしている。

移動物体のトラッキング、移動ロボットによる SLAM、手持ちセンサによるモデリングといった応用において、フレーム間の時間が短く形状データ間の移動量が少ない場合は、初期値として恒等変換が用いられる。マーカーを用いた測量、ロボットアーム・回転台・移動ロボットなどのエンコーダー、GPS などの位置センサーから得られたデータを初期値に利用することもできる。GUI を用いて人手で与えることもできる。

ばらばらの視点から計測された距離画像を自動的に位置あわせするには、主に局所形状の対応付けに基づくいわゆる粗い位置あわせ手法が用い

られる³¹⁾。

3.2 データ点の選択

ICP アルゴリズムでは、データ形状 P が、もともとどのように記述されていたとしても、点群に変換して使用している。点群への変換方法や、データ点の選択方法について、さまざまな選択肢がある。

ICP アルゴリズムの誤差関数は面上に分布するデータ点について総和をとっているため、データ形状に一樣に位置あわせするのであれば、データ点は面上に均一に分布していることが必要である。しかし、曲面を均一にサンプリングするのは実際には難しい。例えばレンジファインダやステレオによるデータ点はセンサから見て遠い部分、あるいは視線との傾きが大きい部分の密度は低い。全データ点を使用しても形状全体について均一な位置あわせが行われているわけではない。

ICP アルゴリズムの計算量は、データ点の数に比例するため、一部のデータ点をサンプリングすることにより高速化を図るさまざまな手法が提案された。距離画像の格子を利用して粗くサンプリングしたり⁷⁾、多重の階層を利用したり^{18),37)} している。

ICP アルゴリズムではデータ形状がモデル形状の一部でないと正確な位置あわせができない。少数のデータ点をランダムにサンプルして ICP アルゴリズムによりモデル形状に位置あわせする操作を多数繰り返し、評価基準として最小自乗中間値 (LMedS) を用いることにより、頑強な推定を行う手法が提案されている^{13),20),36)}。

2.2 節で説明した point-to-plane に基づく対応付けでは、対応関係を求めるために法線方向が必要になるため、法線が安定して求められる平坦な部分にあるデータ点のみ使用している^{2),7)}。これとは逆に、法線方向について均一になるようなサンプリング方法 (normal-space sampling) も提案されている²⁹⁾。曲率の高い場所が密にサンプリングされることになり、結果として、ほとんど滑らかな曲面に溝が刻まれているような形状の位置あわせもうまく行うことができる。さらに形状の安定性を考慮したサンプリング方法も提案されている¹²⁾。

注意しなくてはならないのは、データ点の選択方法によって、誤差関数が増加することである。サンプリングの密度が高い箇所には大きな重みをつけていることに相当する。一部のデータ点を選択した場合と、全データ点を使用した場合とでは、誤差関数も極小の位置も異なってくる。

3.3 対応づけ

ICP アルゴリズムでは最近傍点へ対応付けることにより、確実に誤差を減少させることができる。しかし、最近傍点の探索も ICP アルゴリズムの計算量の大きな要素である。最近傍点以外の点に対応付けを行う手法が提案されている。

データ形状もモデル形状も点群の場合、Besl らの ICP アルゴリズム⁴⁾ では各データ点から最も近いモデル形状中の点に対応付けが行われる (point-to-point)。各データ点が正確にモデル点と一致することはないので、最小化されても位置あわせ残差が残る。

モデル形状がパラメトリックな曲面で与えられていて最近傍点が求まるのであれば、より精度の高い対応点が求められる³⁾。モデル形状が点群の場合は、曲面の一次の局所近似として、接平面による対応付けを行うことができる (point-to-plane)。代表的手法は 2.2 節で説明した Chen らの手法⁷⁾ であり、類似手法は以後の多くの手法^{2),10)} で利用されている。

モデル形状が距離画像の場合、変換したデータ形状からモデル形状と同一座標系の距離画像を生成すれば、同一画素にある点同士で対応関係を求めることが出来る (point-to-projection)²³⁾。Blais ら⁵⁾ はこの対応付けを inverse calibration と称している。

Rusinkiewicz らの実験では²⁹⁾、point-to-plane 型の対応付けが総じて最も良く、point-to-point 型の対応付けは確実に収束はするが遅くノイズの影響を受けやすく、point-to-projection 型は視点依存で最適解とは言えないが最も高速であったとしている。

Point-to-projection 型に関連する手法として、直接法 (direct method) がある^{16),38)}。距離画像が時系列で得られているような場合に、奥行き値の空間微分と時間微分にオプティカルフローと同等な拘束式が成り立ち、

運動パラメータが速度と回転速度が線型連立方程式を解くだけで得られる。

3.4 重み付けと外れ値除去

ICP アルゴリズムで距離画像の位置あわせを行う場合、計測誤差やオクルージョンによる影響を低減するために適応的な重み付けや外れ値除去は必須である。それぞれの入力データ毎に適用される手法としては、細長い三角パッチの除去³⁷⁾、距離画像の計測誤差を考慮した重み付け²⁴⁾ などがある。対応点間の適合性により判断する手法¹⁰⁾、対応点間の距離に対して固定閾値を適用する手法³⁷⁾、分布から閾値を適応的に決める手法³⁹⁾、誤差の少ない方から percentile で閾値を決める手法^{20),27)} などがある。モデル形状が三角メッシュなどで表現されておりデータの“端”が求められるならば、データ点がモデル形状の端に対応付けられるような場合はその対応関係は利用しないという手法³⁷⁾があり、部分形状同士の位置あわせでは非常に有効である。重みや使用する対応関係を繰り返しの途中で適応的に変化させると、評価関数が変化してしまうため、確実に収束するとは言えなくなる。

3.5 特徴量の利用

Besl らの ICP アルゴリズムのひとつの特徴は、点の座標値以外の特徴量を必要としない (featureless) ことであった。実際の距離画像には反射率や反射色なども記録されている場合がある。また、ほとんど平滑で溝くらしい形状の特徴がない場合は、よい初期値を与えない限りは最近傍点では正しい対応付けになかなか至らない。このような付加的な特徴量も利用するより正確で高速な位置あわせ可能になる。

いずれの手法^{11),13),17),32)}でも、座標の距離と付加的な特徴量の距離は、重みを付けて線型結合される。付加的な特徴量としては、反射率(色)や曲率などの微分幾何学的不変量が用いられる。特徴量が付加された分、探索空間の次元が高くなるが、より正しい対応付けが行えるため、収束は早くなり、座標値のみ使用する通常の ICP と同様に収束性は保障されている。

3.6 高速化

Besl らの ICP アルゴリズムにおいても、*k-d tree* による最近傍点探索の高速化や、Newton 法による収束の加速といった工夫がなされていた。ICP アルゴリズムで最も計算時間がかかるのは最近傍点探索の部分である。データ点の選択による削減(3.2 節)も高速化に寄与するが、モデル形状もあわせて階層的な解像度を利用するとさらに効果的である¹⁸⁾。最近傍点探索については、汎用のアルゴリズムも利用できるが、データの特徴を考慮して *k-d tree* に制約を付けて探索範囲を限定したり^{14),34)}、*z-buffer* を利用して探索範囲を狭めたりして¹⁾ 高速化を図る手法が提案されている。近年では GPU による高速化も試みられている^{8),28)}。

4. ICP アルゴリズム以外の選択肢

ICP アルゴリズムが解決しようとしている問題は、二つの三次元形状の位置あわせであり、初期位置あわせは既知である。この問題は基本的に、位置あわせ状態を表す誤差関数の最小化問題であり、誤差関数に形状が含まれているため非線型最小化問題になる。ICP アルゴリズムはこの問題を、最近傍点探索による対応付けと、線型解法が存在する対応付けからの変換推定に分解して効率よく解く手法である。二つの部分最適化を交互に繰り返しながら評価関数の最適化を行う意味で EM アルゴリズムと共通点がある。

しかし誤差関数の最小化問題に帰着できる以上、汎用の非線型最小化手法を適用することも当然可能であり、むしろ ICP アルゴリズムの登場以前から広く使われている。経験的な探索手法²⁵⁾、Levenberg-Marquardt 法^{6),23)}、extended Kalman filter¹¹⁾、simulated annealing⁵⁾、generic algorithm^{9),33)} といった手法が使用されている。Besl らの ICP アルゴリズムを実際の距離画像間の位置あわせに適用するためには、3 節で述べたようにさまざまな工夫を施さなくてはならなかった。その結果、もともとの ICP アルゴリズムの特徴であった収束性は必ずしも保障されなくなる。また、変形を伴うような複雑な運動を推定する場合^{21),35)} は運動推定は線型

では解けない. このような場合には汎用の最適化手法を使わざるを得ない.

曲面よりもそれを含む空間について考えたほうが扱いやすい場合がある. 曲面について最近傍点を探索するよりも, 事前に求めた距離場を octree spline により階層的に近似しておき高速に誤差関数を計算する手法が提案されている⁶⁾. また, 曲面ではなくその周囲の距離場が一致するように位置あわせする手法が提案されている (符号付距離場¹⁹⁾, 自乗距離場²⁶⁾). このように曲面を三次元空間中のパターンに変換すると, 三次元画像の位置あわせ問題と同様に解く事が可能になる.

5. おわりに

ICP アルゴリズムとその類似手法は 1992 年頃に相次いで発表された. それ以後, 適用するデータや状況に応じてさまざまな派生手法が提案され, いまだに三次元形状データの位置あわせ手法として中心的位置を占めている. 単純なアルゴリズムであるにもかかわらず, 非常に多くの派生研究があり, 本稿で全てを論ずることはできなかった. 今後, 三次元データの獲得が容易になるに従って, さらに利用されていくであろうと考えられる. 一方で, Besl らの ICP アルゴリズムが明快に定式化されているのは解く問題を単純化しているからであるとも言える. ICP アルゴリズムに囚われずに, 新しい発想に基づく手法を開発していくことも必要である.

参 考 文 献

- 1) Benjemaa, R. and Schmitt, F.: Fast Global Registration of 3D Sampled Surfaces Using a Multi-z-buffer Technique, *Image and Vision Computing*, Vol.17, pp.113–123 (1999).
- 2) Bergevin, R., Soucy, M., Gagnon, H. and Laurendeau, D.: Towards a General Multiview Registration Technique, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.18, No.5, pp.540–547 (1996).
- 3) Besl, P.J. and Jain, R.C.: Invariant Surface Characteristics for 3D Object Recognition in Range Images, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol.33, pp.33–80 (1986).
- 4) Besl, P.J. and McKay, N.D.: A Method for Registration of 3-D Shapes, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.14, No.2, pp.239–256 (1992).
- 5) Blais, G. and Levine, M.D.: Registering Multiview Range Data to Create 3D Computer Objects, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.17, No.8, pp.820–824 (1995).
- 6) Champlébourg, G., Lavallée, S., Szeliski, R. and Brunie, L.: From accurate range imaging sensor calibration to accuratemodel-based 3D object localization, *Proc. CVPR1992*, pp.83–89 (1992).
- 7) Chen, Y. and Medioni, G.: Object modelling by registration of multiple range images, *Image and Vision Computing*, Vol.10, No.3, pp.145–155 (1992).
- 8) Choi, S.-I., Park, S.-Y., Kim, J. and Park, Y.-W.: Multi-view Range Image Registration using CUDA, *Proc. 23rd International Technical Conference on Circuits/Systems, Computers and Communications (ITC-CSCC2008)*, pp.733–736 (2008).
- 9) Chow, C.K., Tsui, H.T. and Lee, T.: Surface registration using a dynamic genetic algorithm, *Pattern Recognition*, Vol.37, No.1, pp.105–117 (2004).
- 10) Dorai, C., Wang, G., Jain, A.K. and Mercer, C.: Registration and Integration of Multiple Object Views for 3D Model Construction, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.20, No.1, pp.83–89 (1998).
- 11) Feldmar, J. and Ayache, N.: Rigid, Affine and Locally Affine Rewgistration of Free-Form Surfaces, *International Journal of Computer Vision*, Vol.18, No.2, pp.99–119 (1996).
- 12) Gelfand, N., Ikemoto, L., Rusinkiewicz, S. and Levoy, M.: Geometrically Stable Sampling for the ICP Algorithm, *Proc. 3DIM2003*, pp.260–267 (2003).
- 13) Godin, G., Laurendeau, D. and Bergevin, R.: A Method for the Registration of Attributed Range Images, *Proc. 3DIM2001*, pp.179–186 (2001).
- 14) Greenspan, M. and Godin, G.: A Nearest Neighbor Method for Efficient ICP, *Proc. 3DIM2001*, pp.161–168 (2001).
- 15) Horn, B. K.P.: Closed-form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions, *Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision*, Vol.4, No.4, pp.629–642 (1987).

- 16) Horn, B. K.P. and Harris, J.G.: Rigid body motion from range image sequences, *CVGIP: Image Understanding*, Vol.53, No.1, pp. 1–13 (1991).
- 17) Johnson, A.E. and Kang, S.B.: Registration and integration of textured 3D data, *Image and Vision Computing*, Vol.17, pp.135–147 (1999).
- 18) Jost, T. and Hügli, H.: A Multi-Resolution Scheme ICP Algorithm for Fast Shape Registration, *Proc.3DPVT2002*, pp.540–543 (2002).
- 19) Masuda, T.: Registration and Integration of Multiple Range Images by Matching Signed Distance Fields for Object Shape Modeling, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.87, No.1-3, pp.51–65 (2002).
- 20) Masuda, T. and Yokoya, N.: A Robust Method for Registration and Segmentation of Multiple Range Images, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.61, No.3, pp.295–307 (1995).
- 21) Masuda, T., Hirota, Y., Ikeuchi, K. and Nishino, K.: Simultaneous Determination of Registration and Deformation Parameters among 3D Range Images, *Proc.3DIM2005*, pp.369–376 (2005).
- 22) Menq, C.-H., Yau, H.-T. and Lai, G.-Y.: Automated Precision Measurement of Surface Profile in CAD-Directed Inspection, *IEEE Trans.Robotics and Automation*, Vol.8, pp.268–278 (1992).
- 23) Neugebauer, P.J.: Reconstruction of Real-World Objects via Simultaneous Registration and Robust Combination of Multiple Range Images, *International Journal of Shape Modeling*, Vol.3, No.1&2, pp.71–90 (1997).
- 24) Okatani, I.S. and Deguchi, K.: A Method for Fine Registration of Multiple View Range Images Considering the Measurement Error Properties, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.87, pp.66–77 (2002).
- 25) Potmesil, M.: Generating Models of Solid Objects by Matching 3D Surface Segments, *Proceedings of the 8th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp.1089–1093 (1983).
- 26) Pottmann, H., Leopoldseder, S. and Hofer, M.: Registration without ICP, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.95, pp. 54–71 (2004).
- 27) Pulli, K.: Multiview Registration for Large Data Sets, *Proc. 3DIM99*, pp.160–168 (1999).
- 28) Qiu, D., May, S. and Nüchter, A.: GPU-accelerated Nearest Neighbor Search for 3D Registration, *Proc.the 7th International Conference on Computer Vision Systems (ICVS 2009)* (2009).
- 29) Rusinkiewicz, S. and Levoy, M.: Efficient Variants of the ICP Algorithm, *Proc.3DIM2001*, pp.145–152 (2001).
- 30) Sabata, B. and Aggarwal, J.K.: Estimation of Motion from a Pair of Range Images: A Review, *CVGIP: Image Understanding*, Vol.54, No.3, pp.309–324 (1991).
- 31) Salvi, J., Matabosch, C., Fofi, D. and Forest, J.: A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation, *Image and Vision Computing*, Vol.25, No.5, pp.578–596 (2007).
- 32) Sharp, G.C., Lee, S.W. and Wehe, D.K.: ICP Registration Using Invariant Features, *IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.24, No.1, pp.90–102 (2002).
- 33) Silva, L., Bellon, O.R. and Boyer, K.L.: Precision Range Image Registration Using a Robust Surface Interpenetration Measure and Enhanced Genetic Algorithms, *IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.27, pp.777–792 (2005).
- 34) Simon, D., Hebert, M. and Kanade, T.: Real-time 3-D pose estimation using a high-speed range sensor, *Proc. ICRA*, pp.2235–2241 (1994).
- 35) Szeliski, R. and Lavallée, S.: Matching 3-D Anatomical Surfaces with Non-Rigid Deformations using Octree-Splines, *International Journal of Computer Vision*, Vol.18, No.2, pp.171–186 (1996).
- 36) Trucco, E., Fusiello, A. and Roberto, V.: Robust Motion and Correspondence of Noisy 3-D Point Sets with Missing Data, Vol.20, pp.889–898 (1999).
- 37) Turk, G. and Levoy, M.: Zippered Polygon Meshes from Range Images, *Proc.SIGGRAPH94*, pp.311–318 (1994).
- 38) Yamamoto, M., Boulanger, P., Beraldin, J.-A. and Rioux, M.: Direct Estimation of Range Flow on Deformable Shape from a Video Rate Range Camera, *IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.15, No.1, pp.82–89 (1993).
- 39) Zhang, Z.: Iterative Point Matching for Registration of Free-Form Curves and Surfaces, *International Journal of Computer Vision*, Vol.13, No.2, pp.119–152 (1994).